

文章编号 1004-924X(2008)08-1490-10

# Mallat 算法的光学实现

韩 亮, 田逢春, 徐 鑫, 李 立

(重庆大学 通信工程学院, 重庆 400030)

**摘要:**提出了 Mallat 算法的光学实现方法。针对振幅型空间光调制器只能实现非负的实函数,且 CCD 只能记录光的强度,提出一种应用于光学  $4f$  系统的光学小波滤波器的设计方法。根据采样间距,基于张量积方法由一维小波滤波器系数构造二维小波滤波函数。然后通过拆分、傅里叶变换与归一化,得到非负的实函数形式的频域小波滤波器。最后,给出相应的光学小波变换后处理方法。使用该种光学小波滤波器及其相应的后处理方法,利用光学  $4f$  系统实现 Mallat 算法的小波分解部分,并通过数值计算实现 Mallat 算法的小波重构部分。仿真实验结果表明,通过本文提出的方法在理论上能够高精度地重构输入图像;在引入光学器件量化误差的条件下,平均重构 PSNR 为 54.27 dB。利用实际的光学  $4f$  系统进行光学实验,也能以良好的质量重构输入图像。仿真分析和光学实验结果验证了方法的正确性。

**关键词:**信息光学;Mallat 算法;光学小波变换;光学  $4f$  系统

**中图分类号:**TP391;O438 **文献标识码:**A

## Optical implementation of Mallat algorithm

HAN Liang, TIAN Feng-chun, XU Xin, LI Li

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** To expand optical wavelet transform method into the digital signal processing domain, the optical implementation method of discrete wavelet transform algorithm (Mallat algorithm) for optical  $4f$  system is proposed. Because amplitude-only Spatial Light Modulator (SLM) can only implement non-negative real function and CCD can only record light intensity, a design method for optical wavelet filters used in optical  $4f$  system is presented. According to the sampling spacing, the two-dimension wavelet filters are constructed with one-dimension coefficients of wavelet filter in terms of tensor product method. Then the frequency domain wavelet filters in the form of non-negative real function are constructed with splitting, Fourier transform and normalization. Finally, the corresponding optical wavelet transform post-processing method is given. With this kind of optical wavelet filter and its corresponding post-processing method, the wavelet decomposition is implemented by optical  $4f$  system, and wavelet reconstruction by numerical computation in Mallat algorithm. The simulation experimental results show that the input images can be reconstructed theoretically by proposed method with high precision, the average reconstructed PSNR is 54.27 dB, even under the condition of introducing the optical device quantization error. Also, the input images with good quality can be reconstructed by optical experiment in actual optical  $4f$  system. The simulation analysis and optical experimental results verify proposed method.

**收稿日期:**2007-12-06; **修订日期:**2008-02-22.

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 60472037)

**Key words:** information optics; Mallat algorithm; optical wavelet transform; optical 4f system

## 1 引言

由于小波变换良好的性能,它在图像压缩<sup>[1]</sup>、信号处理<sup>[2]</sup>以及图像处理<sup>[3]</sup>等领域中得到了广泛的应用。但是,其应用时的庞大的计算量制约了小波变换应用的进一步推广。因此,将光学方法与小波变换结合起来,形成光学小波变换方法,可以极大地减少小波变换所用的时间,具有理论和实用价值。

不同应用背景需要选择不同的小波和合适的小波变换方法。Quzieli 和 Mendlovic 提出了二维小波变换的光学实现方法<sup>[4]</sup>。光学小波变换已经被用于边缘提取<sup>[5]</sup>、特征提取<sup>[6]</sup>、模式识别<sup>[7]</sup>等领域,显示出很好的应用前景。但是,现有的光学小波变换方法均基于连续小波变换,是从连续信号分析的角度出发,实现连续信号与连续小波函数的相关运算。常用的小波主要是 Haar、Mexican-hat 和 Gabor 小波,小波基的选择范围非常有限,其应用范围也受到限制。文献[8-9]提出利用张量积方式实现光学可分离小波变换,扩大了小波基的选择范围,但是它依然基于连续小波变换。连续小波变换无法通过数值计算精确重构,且通过数值计算重构所花时间较长,限制了它在诸如图像压缩等需要精确重构的领域中的应用。

相对于连续信号处理而言,数字信号处理具有精度高、灵活性好、可靠性强等诸多优点。但是,对连续小波函数进行均匀采样并不能得到离散的规范正交基<sup>[10]</sup>,所以对连续小波变换的光学实现结果进行采样并不能得到离散信号的小波变换结果,而只能得到它的一个近似。在数字信号分析领域中,离散信号的小波变换通常采用一种快速小波变换算法——Mallat 算法来实现,但在光信息处理领域至今还没有出现很好地实现 Mallat 算法的方法。

如果能够使用光学方法实现 Mallat 算法,就能将光学小波变换方法扩展到数字信号分析领域,发挥数字信号处理的优势,从而大大扩展光学小波变换的应用领域,尤其是可以将其应用于诸如图像压缩等需要精确重构的应用领域。为此,本文从多分辨率分析理论出发,分析 Mallat 算法的核心思想和光学 4f 系统的基本原理,论证光

学 4f 系统实现 Mallat 算法的可行性,在此基础上,提出 Mallat 算法的光学实现方法,利用光学 4f 系统实现 Mallat 算法的小波分解部分,利用计算机通过数值计算实现 Mallat 算法的小波重构部分,并根据光学小波滤波器的实现方式的特性,给出相应的光学小波滤波器的设计方法。

## 2 Mallat 算法的光学实现

### 2.1 多分辨率分析与 Mallat 算法<sup>[10]</sup>

多分辨率分析的基本思想是:当一组闭子空间  $\{V_j, j \in \mathbf{Z}\}$  满足多分辨率分析条件时,存在一个  $L^2(\mathbf{R})$  上的规范正交基  $\{\psi_{j,n}\}_{(j,n) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}}$ , 其中  $\psi_{j,n}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t-n)$ , 对于  $\forall f(t) \in L^2(\mathbf{R})$ , 有:

$$P_{j-1}f = P_j f + \sum \langle f, \psi_{j,n} \rangle \psi_{j,n}, \quad (1)$$

其中,  $P_j$  为  $f(t)$  在  $V_j$  上的正交投影。

对于  $\forall j \in \mathbf{Z}$ , 定义  $W_j$  为  $V_j$  在  $V_{j-1}$  上的正交补, 于是有:

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j. \quad (2)$$

$f(t)$  在  $V_{j-1}$  上的正交投影可分解为它在  $W_j$  上和  $V_j$  上的正交投影之和:

$$P_{V_{j-1}} f = P_{V_j} f + P_{W_j} f. \quad (3)$$

补集  $P_{W_j} f$  提供了  $f(t)$  的细节, 对于任何尺度  $2^j$ ,  $\{\psi_{j,n}\}_{n \in \mathbf{Z}}$  是  $W_j$  的一组规范正交基; 对于所有的尺度,  $\{\psi_{j,n}\}_{(j,n) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}}$  是  $L^2(\mathbf{R})$  的一组规范正交基。

利用多分辨率分析可以对给定函数的小波系数进行系统且快速的计算, 每一级的小波分解和重构的快速算法(Mallat 算法)如下:

小波分解:

$$a_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n-2p]a_j[n] = a_j * \bar{h}(2p), \quad (4)$$

$$d_{j+1}[p] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n-2p]a_j[n] = a_j * \bar{g}(2p). \quad (5)$$

小波重构:

$$\begin{aligned} a_j[p] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \check{h}[p-2n]a_{j+1}[n] + \\ &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \check{g}[p-2n]d_{j+1}[n] = \\ &\hat{a}_{j+1} * h(p) + \hat{d}_{j+1} * g(p), \end{aligned} \quad (6)$$

其中,低通滤波器系数  $h(n) = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}} \phi\left(\frac{t}{2}\right), \phi(t-n) \right\rangle$ ,

高通滤波器系数  $g(n) = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}} \psi\left(\frac{t}{2}\right), \phi(t-n) \right\rangle$ , 初始的离散输入信号可以通过对连续输入信号的采样得到。

利用张量积方法可以将 Mallat 算法由一维推广到二维。设用于分解的一维离散小波滤波器为  $h(n)$  (低通) 和  $g(n)$  (高通), 采用张量积方法构造用于分解的二维离散小波滤波器:

低通滤波器:

$$h(m, n) = h(m)h(n), \quad (7)$$

水平高通滤波器:

$$g^h(m, n) = h(m)g(n), \quad (8)$$

垂直高通滤波器:

$$g^v(m, n) = g(m)h(n), \quad (9)$$

对角高通滤波器:

$$g^d(m, n) = g(m)g(n). \quad (10)$$

二维 Mallat 算法的分解公式如下:

$$a_{i+1}(m, n) = a_j(m, n) * h(2m, 2n), \quad (11)$$

$$d_{j+1}^h(m, n) = a_j(m, n) * g^h(2m, 2n), \quad (12)$$

$$d_{j+1}^v(m, n) = a_j(m, n) * g^v(2m, 2n), \quad (13)$$

$$d_{j+1}^d(m, n) = a_j(m, n) * g^d(2m, 2n). \quad (14)$$

设用于重构的一维离散小波滤波器为  $\tilde{h}(n)$  (低通) 和  $\tilde{g}$  (高通), 采用张量积方法构造用于重构的二维离散小波滤波器:

低通滤波器:

$$\tilde{h}(m, n) = \tilde{h}(m)\tilde{h}(n), \quad (15)$$

水平高通滤波器:

$$\tilde{g}^h(m, n) = \tilde{h}(m)\tilde{g}(n), \quad (16)$$

垂直高通滤波器:

$$\tilde{g}^v(m, n) = \tilde{g}(m)\tilde{h}(n), \quad (17)$$

对角高通滤波器:

$$\tilde{g}^d(m, n) = \tilde{g}(m)\tilde{g}(n). \quad (18)$$

二维 Mallat 算法的重构公式如下:

$$\begin{aligned} a_j(m, n) = & \hat{a}_{j+1}(m, n) * \tilde{h}(m, n) + \\ & \hat{d}_{j+1}^h(m, n) * \tilde{g}^h(m, n) + \hat{d}_{j+1}^v(m, n) * \tilde{g}^v(m, n) + \\ & \hat{d}_{j+1}^d(m, n) * \tilde{g}^d(m, n), \end{aligned} \quad (19)$$

$a_{j+1}$ 、 $d_{j+1}^h$ 、 $d_{j+1}^v$  和  $d_{j+1}^d$  是  $a_j$  分别与各个分解滤波器卷积后, 再以因子 2 做子采样而得到的; 对  $a_{j+1}$ 、 $d_{j+1}^h$ 、 $d_{j+1}^v$  和  $d_{j+1}^d$  进行插值和滤波后, 再求和就可以得到  $a_j$ 。

Mallat 算法的本质是离散输入信号与离散小

波滤波器系数之间的卷积, 如果能通过光学方法实现离散信号的卷积运算, 并进行适当的采样或插值, 就可以通过光学方法实现 Mallat 算法。

## 2.2 光学 4f 系统的基本原理

光学小波变换常用如图 1 所示的光学 4f 系统实现<sup>[4]</sup>:

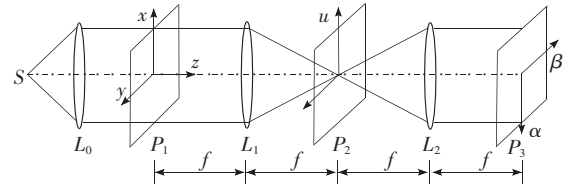


图 1 光学 4f 系统

Fig. 1 Optical 4f system

其中,  $f$  为透镜焦距;  $P_1$  平面 ( $xy$  平面) 为输入面;  $P_2$  平面 ( $uv$  平面) 为频谱面;  $P_3$  平面 ( $\alpha\beta$  平面) 为输出面。

光学 4f 系统的基本工作原理为: 将输入信号  $f(x, y)$  置于输入面, 则经傅里叶透镜  $L_1$ , 在频谱面将出现它的谱  $F(u, v)$ ; 在频谱面放置滤波函数的谱的共轭  $H^*(u, v)$ , 经过第二个傅里叶透镜  $L_2$ , 在输出面得到  $F(u, v)H^*(u, v)$  的傅里叶逆变换, 即输入信号与滤波函数的相关运算。如果在频谱面上放置连续小波函数  $\psi(x, y)$  的谱的共轭  $\Psi^*(u, v)$ , 那么通过该系统就可以实现对输入信号的连续小波变换。

如果在频谱面放置滤波函数的谱  $H(u, v)$ , 则在输出面得到  $F(u, v)H(u, v)$  的傅里叶逆变换, 即输入信号与滤波函数的卷积运算。

## 2.3 基于 4f 系统的 Mallat 算法的光学实现

Mallat 算法的本质是离散输入信号与离散小波滤波器系数之间的卷积, 而光学 4f 系统可以实现输入信号与滤波函数的卷积运算。因此, 利用光学 4f 系统实现 Mallat 算法是可行的, 具体分析如下:

### 2.3.1 输入信号

将二维输入信号  $f_a(x, y)$  置于光学 4f 系统输入面, 根据透镜的傅里叶变换性质<sup>[11]</sup>, 在频谱面上可以得到输入信号  $f_a(x, y)$  的傅里叶变换:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_a(x, y) e^{-j2\pi\left(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y\right)} dx dy, \quad (20)$$

其中  $u, v$  为频谱面上的坐标,  $f$  为透镜焦距,  $\lambda$  为激光光源波长。设  $f_x$  和  $f_y$  分别为信号的水平 and 垂直方向空间频率, 则信号的空间频率与频谱面坐标关系如下:

$$f_x = u/f\lambda, \quad (21)$$

$$f_y = v/f\lambda. \quad (22)$$

假定输入信号的水平 and 垂直方向截止频率均近似为  $f_c$ , 则输入信号在频谱面上的能量分布范围为:  $-f\lambda f_c \leq u, v \leq f\lambda f_c$ , 本文的计算和分析均以此假定为准。

### 2.3.2 构造二维光学小波滤波器

由于输入信号的截止频率为  $f_c$ , 根据采样定理, 选择采样频率  $f_s = 2f_c$ , 其对应的采样间距为  $T_s$ , 则有  $T_s = 1/f_s = 1/(2f_c)$ 。

设用于分解的一维离散小波滤波器为  $h(n)$  (低通) 和  $g(n)$  (高通), 以  $T_s$  为采样间距构造函数:

$$h_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\delta(t - nT_s), \quad (23)$$

$$g_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n)\delta(t - nT_s). \quad (24)$$

采用张量积方法由  $h_s(t)$  和  $g_s(t)$  构造二维滤波函数:

低通滤波器:

$$h(x, y) = h_s(x)h_s(y), \quad (25)$$

水平高通滤波器:

$$g^h(x, y) = h_s(x)g_s(y), \quad (26)$$

垂直高通滤波器:

$$g^v(x, y) = g_s(x)h_s(y), \quad (27)$$

对角高通滤波器:

$$g^d(x, y) = g_s(x)g_s(y). \quad (28)$$

计算二维滤波器的傅里叶变换, 以  $h(x, y)$  为例:

$$\begin{aligned} H_s(u, v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)h(n)\delta(x - mT_s) \cdot \\ &\quad \delta(y - nT_s) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)}, \end{aligned}$$

对  $H_s(u, v)$  取一个周期, 令:

$$H(u, v) = H_s(u, v), M(u, v) =$$

$$M(u, v) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}(umT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s))},$$

其中  $M(u, v)$  为二维理想低通滤波函数:

$$M(u, v) = \begin{cases} 1, & -f\lambda f_c \leq u, v \leq f\lambda f_c \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

$H(u, v)$  即为二维频域形式的光学小波低通滤波器。同理可得二维频域形式的水平、垂直、对角高通滤波器分别为:

$$G^h(u, v) = M(u, v) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)g(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)}$$

$$G^v(u, v) = M(u, v) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(m)h(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)}$$

$$G^d(u, v) = M(u, v) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(m)g(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)}.$$

### 2.3.3 Mallat 算法的小波分解的光学实现

利用光学  $4f$  系统实现 Mallat 算法的小波分解部分的方法如下:

将输入信号置于输入面, 分别将 4 个不同通道的频域形式的小波滤波器置于光学  $4f$  系统频谱面, 在输出面上经适当采样, 就能得到输入信号的采样与用于分解的离散小波滤波器系数的卷积结果, 以实现 Mallat 算法的小波分解部分。具体分析如下:

以二维小波滤波器中的小波低通滤波器为例, 假定放置在频谱面上的频域形式的低通滤波器为  $H(u, v)$ , 则在光学  $4f$  系统频谱面输出的最终结果为输入信号的频谱  $F(u, v)$  与滤波器  $H(u, v)$  的乘积:

$$F(u, v)H(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_a(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \times$$

$$M(u, v) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)}. \quad (30)$$

输入信号截止频率为  $f_c$ , 根据透镜的傅里叶变换性质, 在光学  $4f$  系统输出面可以得到频谱面上输出结果的傅里叶变换:

$$G(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v)H(u, v) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dudv =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_a(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \times M(u, v) \times$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}mT_s + \frac{v}{\lambda f}nT_s)} \right] e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dudv =$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_a(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy \right] \times$$

$$M(u, v) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}(x+mT_s) + \frac{v}{\lambda f}(y+nT_s))} dudv =$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u,v) \times e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}(x+mT_s)+\frac{v}{\lambda f}(y+nT_s))} dudv = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) f_a(-x-mT_s, -y-nT_s). \quad (31)$$

对输出面得到的结果  $G(x,y)$  以  $T_s$  为间隔采样:

$$G(kT_s, lT_s) = G(x,y) \Big|_{x=kT_s, y=lT_s} = G(x,y)\delta(x-kT_s, y-lT_s) = \left[ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(m)h(n) f_a(-x-mT_s, -y-nT_s) \right] \times \delta(x-kT_s, y-lT_s) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(mT_s)h(nT_s) [f_a(-x-mT_s, -y-nT_s) \times \delta(x-kT_s, y-lT_s)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(mT_s)h(nT_s) \times f_a(-kT_s - mT_s, -lT_s - nT_s), \quad (32)$$

令  $M=mT_s, N=nT_s, K=-kT_s, L=-lT_s$ , 代入式(32)得:

$$G(-K, -L) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(M)h(N) f_a(K-M, L-N) = h(K, L) * f(K, L). \quad (33)$$

$G(-K, -L)$  中的负号表示与输入面上坐标的方向相反。由式(33)可知, 在输出平面上得到的最终输出结果为离散小波低通滤波器系数  $h(K, L)$  与输入信号采样  $f(K, L)$  的卷积。利用相同的方法, 可以实现离散小波 3 个高通滤波器的系数与输入信号采样的卷积。再对所得卷积结果以因子 2 做子采样, 就能成功实现 Mallat 算法中的小波分解部分。

### 2.3.4 Mallat 算法的小波重构

从理论上讲, 将输入信号的小波分解结果作为输入信号, 利用节 2.3.2 的方法设计用于重构的频域形式的二维光学小波滤波器, 参照节 2.3.3 的方法, 即可利用光学  $4f$  系统实现 Mallat 算法的小波重构。

但是, 在很多应用场合 Mallat 算法的小波重构采用数值计算方法比采用光学方法更方便, 所以可以利用计算机通过数值计算实现 Mallat 算法的小波重构。具体方法如下:

设采用光学方法实现 Mallat 算法的小波分

解变换, 得到低通滤波结果  $\tilde{W}_{fh}$ 、水平高通滤波结果  $\tilde{W}_{fg^h}$ 、垂直高通滤波结果  $\tilde{W}_{fg^v}$  和对角高通滤波结果  $\tilde{W}_{fg^d}$ 。

(1) 按照节 2.1 中式(15)~(18), 构造用于重构的 4 个二维离散小波滤波器: 低通滤波器  $\tilde{h}(m, n)$ , 水平高通滤波器  $\tilde{g}^h(m, n)$ , 垂直高通滤波器  $\tilde{g}^v(m, n)$  和对角高通滤波器  $\tilde{g}^d(m, n)$ 。

(2) 对  $\tilde{W}_{fh}$ 、 $\tilde{W}_{fg^h}$ 、 $\tilde{W}_{fg^v}$  和  $\tilde{W}_{fg^d}$  进行二插值分别得到  $\hat{W}_{fh}$ 、 $\hat{W}_{fg^h}$ 、 $\hat{W}_{fg^v}$  和  $\hat{W}_{fg^d}$ , 再由  $\tilde{h}(m, n)$ 、 $\tilde{g}^h(m, n)$ 、 $\tilde{g}^v(m, n)$ 、 $\tilde{g}^d(m, n)$ 、 $\hat{W}_{fh}$ 、 $\hat{W}_{fg^h}$ 、 $\hat{W}_{fg^v}$  和  $\hat{W}_{fg^d}$  按 Mallat 算法的小波变换的重构公式重构输入信号:

$$\tilde{f}(m, n) = \hat{W}_{fh} * \tilde{h}(m, n) + \hat{W}_{fg^h} * \tilde{g}^h(m, n) + \hat{W}_{fg^v} * \tilde{g}^v(m, n) + \hat{W}_{fg^d} * \tilde{g}^d(m, n). \quad (34)$$

## 3 光学小波滤波器的设计

### 3.1 光学小波滤波器的特殊要求

利用光学  $4f$  系统, 通过光学方法实现小波变换时, 光学小波滤波器常用的实现方法有: 胶片、振幅型空间光调制器 (SLM)、光栅、全息法等。其中, 利用振幅型 SLM 实现光学小波滤波器具有实现方式简单, 精度较高, 且可按需动态变化的优点。因此选择振幅型 SLM 实现光学小波滤波器, 其对光学小波滤波器的特殊要求如下:

(1) 滤波器的频域形式应该是非负的实函数;

(2) 输出面上的采集设备 CCD 只能反映光强, 不能反映相位, 这要求光学小波变换的输出结果应该是非负的实函数。

### 3.2 光学小波滤波器的设计方法

#### 3.2.1 光学小波滤波器的设计

与正交小波相比, 双正交小波具有对称性, 其用途更广泛, 特别适用于图像压缩等需要边界处理的领域<sup>[10]</sup>, 而且只有具有对称性质的小波, 其频域形式才可能是实函数。因此, 选择具有对称性质的双正交小波来构造频域形式的二维光学小波滤波器, 并对节 2.3.2 提出的方法进行改进, 其具体设计方法如下:

(1) 选择具有对称性质的双正交小波, 设用于分解的一维离散小波滤波器为  $h(n)$  (低通) 和  $g(n)$  (高通), 以  $T_s$  为采样间隔构造函数: 按照式(23)由  $h(n)$  构造  $h_s(t)$ ; 按照式(24)由  $g(n)$  构造  $g_s(t)$ 。然后利用张量积方法, 按照式(25)~(28)构造出用于

分解的二维低通滤波器  $h(x, y)$ , 二维水平高通滤波器  $g^h(x, y)$ , 二维垂直高通滤波器  $g^v(x, y)$  和二维对角高通滤波器  $g^d(x, y)$ 。其中  $h(x, y)$  关于原点对称,  $g^h(x, y)$  关于  $(0, T_s)$  对称,  $g^v(x, y)$  关于  $(T_s, 0)$  对称,  $g^d(x, y)$  关于  $(T_s, T_s)$  对称。

(2) 将  $g^h(x, y)$  平移  $(0, -T_s)$  得到  $g^{h\text{-shift}}(x, y)$ ,  $g^v(x, y)$  平移  $(-T_s, 0)$  得到  $g^{v\text{-shift}}(x, y)$ ,  $g^d(x, y)$  平移  $(-T_s, -T_s)$  得到  $g^{d\text{-shift}}(x, y)$ ,  $h(x, y)$ ,  $g^{h\text{-shift}}(x, y)$ ,  $g^{v\text{-shift}}(x, y)$  和  $g^{d\text{-shift}}(x, y)$  均关于原点对称。

(3) 以  $h(x, y)$  为例, 将二维小波滤波器按如下方式拆分为两个函数:

$$h(x, y) = h_1(x, y) - h_2(x, y), \quad (35)$$

$$\text{其中 } h_1(x, y) = \begin{cases} h(x, y), & h(x, y) \geq 0 \\ 0, & h(x, y) < 0 \end{cases},$$

$$h_2(x, y) = \begin{cases} -h(x, y), & h(x, y) < 0 \\ 0, & h(x, y) \geq 0 \end{cases}.$$

由于  $h(x, y)$  是关于原点对称的, 因此按该方法得到的低通正滤波器  $h_1(x, y)$  和低通负滤波器  $h_2(x, y)$  也是关于原点对称的。

(4) 采用节 2.3.2 的方法, 计算得到了一个周期的频域形式的二维低通小波滤波器:

$$H_1(u, v) = M(u, v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy,$$

$$H_2(u, v) = M(u, v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(x, y) e^{-j2\pi(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y)} dx dy,$$

$$\text{其中 } M(u, v) = \begin{cases} 1, & -f\lambda f_c \leq u, v \leq f\lambda f_c \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

根据傅里叶变换性质, 可知频域形式的低通正滤波器  $H_1(u, v)$  和低通负滤波器  $H_2(u, v)$  为实数。

(5) 设  $H_1(u, v)$  和  $H_2(u, v)$  的最大值为  $H_{\max}$ , 最小值为  $H_{\min}$  (如果  $H_{\min} > 0$ , 则令  $H_{\min} = 0$ ), 对二维离散小波滤波器的频域形式按如下方式进行归一化:

$$H_{1n}(u, v) = \frac{H_1(u, v) - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}, \quad (36)$$

$$H_{2n}(u, v) = \frac{H_2(u, v) - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}. \quad (37)$$

按步骤(3)~(5)的方法, 由  $g^{h\text{-shift}}(x, y)$  得到频域形式的水平高通正滤波器  $G_{1n}^{h\text{-shift}}(u, v)$  和水平高通负滤波器  $G_{2n}^{h\text{-shift}}(u, v)$ , 由  $g^{v\text{-shift}}(x, y)$  得到频域形式的垂直高通正滤波器  $G_{1n}^{v\text{-shift}}(u, v)$  和垂直高通负滤波器  $G_{2n}^{v\text{-shift}}(u, v)$ , 由  $g^{d\text{-shift}}(x, y)$  得到频域

形式的对角高通正滤波器  $G_{1n}^{d\text{-shift}}(u, v)$  和对角高通负滤波器  $G_{2n}^{d\text{-shift}}(u, v)$ 。

以上 8 个滤波器即为满足节 3.1 提出的特殊要求的光学小波滤波器, 具体分析见节 3.4。

### 3.2.2 光学小波滤波器的设计方法的快速算法

采用振幅型 SLM 实现光学小波滤波器时, 需要对其按振幅型 SLM 像素点的间距进行采样。因此, 节 3.2.1 提出的光学小波滤波器设计方法可以通过如下的快速算法实现:

(1) 按照节 2.1 中式(7)~(10), 构造用于分解的二维离散小波低通滤波器  $h(m, n)$ , 水平高通滤波器  $g^h(m, n)$ , 垂直高通滤波器  $g^v(m, n)$  和对角高通滤波器  $g^d(m, n)$ 。

(2) 输入信号的截止频率为  $f_c$ , 输入信号在频谱面上的频谱的能量分布范围为:  $-f\lambda f_c \leq u, v \leq f\lambda f_c$ , 根据该范围和振幅型 SLM 的像素点的间距, 计算频域形式的光学小波滤波器的采样点数  $N \times N$ 。

(3) 以低通滤波器为例, 根据式(35), 同理可把  $h(m, n)$  拆分成  $h_1(m, n)$  和  $h_2(m, n)$ , 然后对  $h_1(m, n)$  和  $h_2(m, n)$  做快速傅里叶变换 FFT, 计算出频域形式的低通正滤波器  $H_1(u, v)$  和低通负滤波器  $H_2(u, v)$  ( $N \times N$  点采样), 并按节 3.2.1 步骤(5)的方法进行归一化。

用同样的方法可以设计出频域形式的高通滤波器, 通常是采用这个快速算法来设计所需的频域形式的光学小波滤波器。

### 3.3 光学小波变换的后处理方法

将由节 3.2 提出的方法设计出的光学小波滤波器置于如图 1 所示的光学  $4f$  系统的频谱面上, 将输入信号置于输入面上, 在输出面并不能直接得到输入信号的小波变换结果, 还需要根据光学小波滤波器的设计方法进行相应的后处理工作。

#### 3.3.1 光学小波变换结果的计算

以光学小波低通滤波器  $H_{1n}(u, v)$  和  $H_{2n}(u, v)$  为例, 将  $H_{1n}(u, v)$  置于光学  $4f$  系统的频谱面, 将输入信号  $f_a(x, y)$  置于输入面, 根据第二节的分析可知, 在输出面得到:

$$\begin{aligned} W_{f_a h_1} &= \text{FT}[F(u, v) H_{1n}(u, v)] = \\ &= \text{FT}\left[F(u, v) \frac{H_1(u, v) - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}\right] = \\ &= \frac{1}{H_{\max} - H_{\min}} \text{FT}[F(u, v) H_1(u, v)] - \end{aligned}$$

$$\frac{H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}} \text{FT}[F(u, v)], \quad (38)$$

其中, FT 表示傅里叶变换运算。

对式(38)的结果以  $T_s$  为间距进行采样, 可得:

$$W_{f_{h_1}} = \frac{f(-m, -n) * h_1(m, n)}{H_{\max} - H_{\min}} - \frac{H_{\min} f(-m, -n)}{H_{\max} - H_{\min}}, \quad (39)$$

其中,  $f(m, n)$  为  $f_a(x, y)$  的采样结果。  $f(-m, -n)$  中的负号表示与输入面上坐标的方向相反。

同理将  $H_{2n}(u, v)$  放置在光学  $4f$  系统的频谱面上, 将输入信号  $f_a(x, y)$  置于输入面上, 在输出面可得:

$$W_{f_{h_2}} = \frac{f(-m, -n) * h_2(m, n)}{H_{\max} - H_{\min}} - \frac{H_{\min} f(-m, -n)}{H_{\max} - H_{\min}}. \quad (40)$$

将式(39)和(40)得到的结果进行如下运算:

$$\begin{aligned} W_{f_h} &= (H_{\max} - H_{\min})(W_{f_{h_1}} - W_{f_{h_2}}) = \\ &f(-m, -n) * [h_1(m, n) - h_2(m, n)] = \\ &f(-m, -n) * h(m, n), \end{aligned} \quad (41)$$

$W_{f_h}$  即为输入信号与小波低通滤波器系数卷积的数值结果, 用同样的方法可以分别得到输入信号与小波的水平、垂直、对角高通滤波器卷积的数值结果  $W_{f_g^{\text{h-shift}}}$ 、 $W_{f_g^{\text{v-shift}}}$  和  $W_{f_g^{\text{d-shift}}}$ 。

### 3.3.2 对光学小波变换结果的平移

由卷积运算基本性质,

若  $W(m, n) = f(m, n) * g(m, n)$ , 则有

$$W(m-k, n-l) = f(m, n) * g(m-k, n-l). \quad (42)$$

因此, 小波滤波器的平移会引起小波变换结果的相应平移, 对  $W_{f_g^{\text{h-shift}}}$  平移  $(0, 1)$  以得到  $W_{f_g^{\text{h}}}$ , 对  $W_{f_g^{\text{v-shift}}}$  平移  $(1, 0)$  以得到  $W_{f_g^{\text{v}}}$ , 对  $W_{f_g^{\text{d-shift}}}$  平移  $(1, 1)$  以得到  $W_{f_g^{\text{d}}}$  (数值 1 代表的实际距离即为采样间距  $T_s$ ), 其中:

$$W_{f_g^{\text{h}}} = f(-m, -n) * g^{\text{h}}(m, n),$$

$$W_{f_g^{\text{v}}} = f(-m, -n) * g^{\text{v}}(m, n),$$

$$W_{f_g^{\text{d}}} = f(-m, -n) * g^{\text{d}}(m, n).$$

对  $W_{f_h}$ 、 $W_{f_g^{\text{h}}}$ 、 $W_{f_g^{\text{v}}}$  和  $W_{f_g^{\text{d}}}$  以因子 2 做子采样, 即可对应得到输入信号的 Mallat 算法的小波分解变换结果  $\tilde{W}_{f_h}$ 、 $\tilde{W}_{f_g^{\text{h}}}$ 、 $\tilde{W}_{f_g^{\text{v}}}$  和  $\tilde{W}_{f_g^{\text{d}}}$ 。

### 3.4 对光学小波滤波器的设计方法的分析

节 3.2 和节 3.3 提出的关于频域形式的二维光学小波滤波器的设计与后处理方法满足节 3.1 提出的对光学小波滤波器的特殊要求。具体分析

如下:

(1)按节 3.2 的步骤(4)计算出的二维光学小波滤波器的频域形式是实数形式的。再按节 3.2 的步骤(5)对频域形式的二维光学小波滤波器进行归一化, 得到非负的实函数形式的频域小波滤波器, 满足节 3.1 提出的要求(1)。

(2)以  $h(x, y)$  为例, 在输出面上采集到的实际结果是  $W_{f_{h_1}}$  和  $W_{f_{h_2}}$ 。根据节 3.2 和节 3.3 可知:  $f(m, n)$ 、 $h_1(m, n)$  和  $h_2(m, n)$  是非负的,  $H_{\min}$  是非正的。则由式(39)、(40)可知:  $W_{f_{h_1}}$ 、 $W_{f_{h_2}}$  都是非负的, 满足节 3.1 提出的要求(2)。同理, 输入信号的高通小波变换结果也都满足节 3.1 提出的要求(2)。

(3)与现有的光学小波变换方法相比, 该方法在得到小波变换结果时, 需要进行一次减法的数值运算, 但这一次减法的数值运算所花费的时间与利用计算机通过数值计算实现输入信号与小波滤波器系数的卷积运算所花费的时间相比, 几乎可以忽略不计, 因此, 该方法依然极大地减少了小波变换的时间。

除本文提出的方法外, 对节 3.1 提出的要求(1), 目前国外已有相位调制型 SLM 出售, 它与振幅型 SLM 联用可以显示复函数, 但其系统构成更加复杂, 系统成本更高, 且会引入新的噪声源, 降低光学小波变换结果的精度。对节 3.1 提出的要求(2), 可以借用数字全息的原理来数值重建复数波前, 但其在得到小波变换结果时会花费大量的计算时间。因此, 本文提出的方法在光学小波变换的实际应用中更具优势。

## 4 光学小波变换实验

### 4.1 实验用的小波基

选择交换分解与重构滤波器后的 5/3 小波 (Bior2.2 小波) 进行光学小波变换实验, 交换后的小波滤波器系数如下:

分解低通滤波器  $h(n) = [0, 0, 0.3536, 0.7071, 0.3536, 0]$ ;

分解高通滤波器  $g(n) = [0.1768, 0.3536, -1.0607, 0.3536, 0.1768, 0]$ ;

重构低通滤波器  $\tilde{h} = [-0.1768, 0.3536, 1.0607, 0.3536, -0.1768, 0]$ ;

重构高通滤波器  $\tilde{g}(n) = [0, 0, 0.3536,$

-0.707 1,0.353 6,0]。

交换分解与重构滤波器后的 5/3 小波,其用于分解的小波低通滤波器  $h(n)$  的系数是非负的,按照节 2.3.2 的方法构造的二维小波低通滤波器  $h(x,y)$  的值也是非负的,因此,在按照节 3.2.1 的方法构造频域形式的二维光学小波滤波器时,低通滤波器  $h_2(x,y)$  的值全为零,其对应的频域形式的低通负滤波器  $H_2(u,v)$  的值也全为零,该滤波器可以省略。

### 4.2 仿真实验结果

#### 4.2.1 理想光学 4f 系统的仿真实验结果

本文使用 15 张标准测试图片,选择节 4.1 提及的交换分解和重构滤波器后的 5/3 小波,通过 Matlab 仿真实验,研究 Mallat 算法的光学实现方法,其具体步骤如下:

(1)由交换分解和重构滤波器后的 5/3 小波按节 3.2.2 的方法构造频域形式的光学小波滤波器(如图 2 所示);

(2)对输入图像做快速傅里叶变换 FFT,得到输入图像的频谱;

(3)将输入图像的频谱与频域形式的光学小波滤波器相乘,得到小波变换的频谱;

(4)对小波变换的频谱做快速傅里叶逆变换

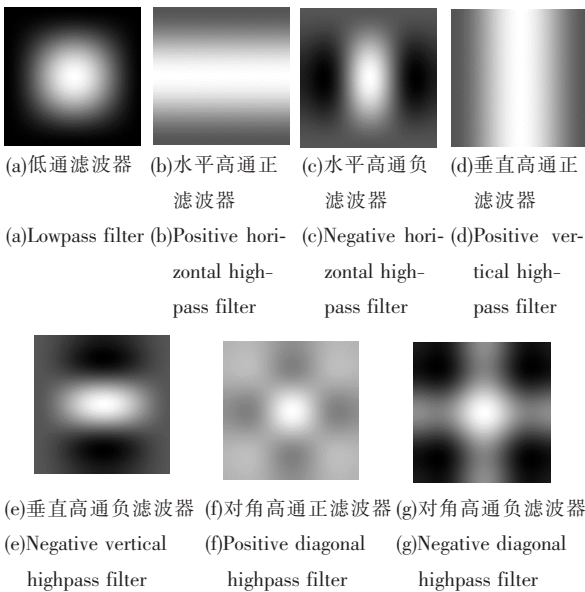


图 2 频域形式的交换分解和重构滤波器后的 5/3 小波滤波器

Fig. 2 5/3 wavelet filter of frequency domain form by exchanging the decomposition and reconstruction wavelets

IFFT,并以因子 2 做子采样,得到输入图像的小波变换;

(5)由步骤(4)得到的输入图像的小波变换结果按节 2.3.4 提出的数值计算方法重构输入图像;

(6)计算重构图像与原始输入图像之间的峰-峰信噪比 PSNR。

通过仿真计算,所有图片均可完全重构,其 PSNR 为无穷大。这说明本文提出的 Mallat 算法的光学实现方法是正确的。

#### 4.2.2 引入量化误差的光学 4f 系统的仿真实验结果

在实际的光学 4f 系统中,振幅型 SLM 和 CCD 器件量化精度有限,假定为 256 级量化,因此,在 Mallat 算法的光学实现过程中,频谱面上频域形式的光学小波滤波器的实现方式会引入量化误差,输出面上采集设备会引入量化误差。

对节 4.2.1 提出的仿真算法做如下修改:对步骤(1)设计完成的光学小波滤波器进行 256 级量化;对步骤(4)得到的输入图像的小波变换结果进行 256 级量化。其余步骤不变,所得实验结果如表 1 所示:

表 1 光学小波变换仿真结果

Tab. 1 Simulation results of optical wavelet transform

Input image	Space resolution (pixel)	The PSNR on reconstructed image(dB)
LENA. BMP	256×256	54.39
Couple. bmp	256×256	57.42
Photography. bmp	256×256	53.66
Testpat. bmp	256×256	53.71
BABOO. bmp	512×512	54.55
BRIDGE5. BMP	512×512	53.49
PEPPERS. BMP	512×512	54.29
Lena512. bmp	512×512	54.09
Airfield. tif	512×512	53.46
Boat. tif	512×512	53.80
Crowd. tif	512×512	53.73
Elaine. tif	512×512	53.82
Harbour. tif	512×512	54.44
Woman1. tif	512×512	55.53
Woman2. tif	512×512	53.62
Average PSNR		54.27

从表 1 可知,引入量化误差后,本文提出的方法在理论上是可行的,且具有很高的重构精度。

### 4.3 光学实验结果

光学实验所使用的光学  $4f$  系统光路图如图 3。

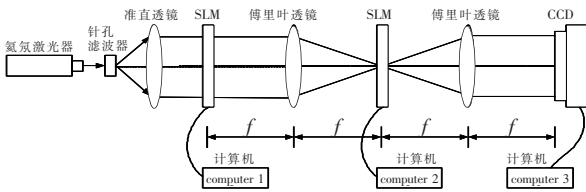


图 3 光学  $4f$  系统光路图

Fig. 3 Optical path of optical  $4f$  system

光学实验所使用的光学  $4f$  系统的主要器件为:激光光源为氦氖激光器(虹扬 1 000);傅里叶透镜为 GCO-0203M,其焦距  $f=400$  mm;输入图像和光学小波滤波器都采用振幅型 SLM 实现,其 LCD 采用的是 SONYIcx038;输出面使用的采集设备为数码相机 cannon EOS 350D。

光学实验的具体步骤如下:

(1)将标准测试图像 LENA(如图 4 所示)加载到输入面的振幅型 SLM 上;

(2)由交换分解和重构滤波器后的  $5/3$  小波按节 3.2.2 的方法构造频域形式的光学小波滤波器(如图 2 所示),将其加载到频谱面的振幅型 SLM 上;

(3)在输出面采集光学小波变换结果,所得光学实验结果如图 5 所示;

(4)按节 3.3 的方法由步骤(3)得到的光学实验结果计算出最终光学小波变换结果,如图 6 所示;

(5)按节 2.3.4 提出的数值计算方法计算由步骤(4)得到的光学小波变换结果的重构结果,如图 7 所示;

(6)计算重构图像与原始输入图像之间的峰-峰信噪比 PSNR。

重构图像与原始输入图像之间的 PSNR 为

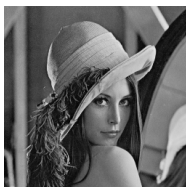


图 4 原始输入图像

Fig. 4 Original input image



(a)低通滤波 (b)水平高通正滤波 (c)水平高通负滤波 (d)垂直高通正滤波  
 (a) Lowpass filter (b) Positive horizontal highpass filter (c) Negative horizontal highpass filter (d) Positive vertical highpass filter



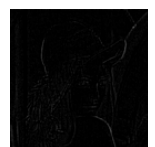
(e)垂直高通负滤波 (f)对角高通正滤波 (g)对角高通负滤波  
 (e)Negative vertical highpass filter (f)Positive diagonal highpass filter (g)Negative diagonal highpass filter

图 5 由 CCD 采集的光学小波变换结果

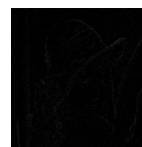
Fig. 5 Results of optical wavelet transform captured by CCD



(a) 低通滤波结果  
(a) Lowpass filter



(b) 水平高通滤波结果  
(b) Horizontal highpass filter



(c) 垂直高通滤波结果  
(c) Vertical highpass filter



(d) 对角高通滤波结果  
(d) Diagonal highpass filter

图 6 计算所得的最终光学小波变换结果

Fig. 6 Final results of optical wavelet transform by computing



图 7 光学小波变换重构结果

Fig. 7 Reconstructed result of optical wavelet transform

24.76 dB.

光学实验结果表明,通过该系统实现 Mallat 算法是有效的,但与仿真实验结果相比,其精度比较低,主要是由于在光学实验中引入了光学系统噪声。此外,目前商用的 SLM 的分辨率有限,难以处理高分辨率的图像。这些问题的解决都依赖于进一步提高光学器件的工艺水平,以改善光学系统性能,从而充分发挥光学信息系统传输快、容量大和并行性好的特点,将其应用扩展到更多的领域。

## 5 结 论

本文通过对 Mallat 算法的核心思想和光学  $4f$

系统的基本原理的分析,论证光学  $4f$  系统实现 Mallat 算法的可行性。在此基础之上,提出 Mallat 算法的光学实现方法,并根据光学小波滤波器的实现方式的特性,给出相应的光学小波滤波器的设计方法。从而将光学小波变换引入数字信号处理领域,促进光学小波变换的实际应用的发展。

仿真实验结果表明,通过本文提出的方法在理论上能够完全重构输入图像;在引入光学器件量化误差的条件下,通过本文提出的方法仍然能够高精度地重构输入图像,其平均重构 PSNR 为 54.27 dB。利用实际的光学  $4f$  系统进行光学实验,也能以良好的质量重构输入图像。仿真分析和光学实验结果验证了本文提出的方法的正确性。

## 参考文献:

- [1] 赵秀影,翟林培,商玉凤,等. 航空图像压缩中双正交小波提升设计[J]. 光学精密工程,2007,15(9):1445-1450. ZHAO X Y, ZHAI L P, SHANG Y F, *et al.*. Lifting scheme design of biorthogonal wavelet for aviation image compression[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007,15(9):1445-1450. (in Chinese)
- [2] 李新忠,岱钦,王希军,等. 多尺度小波降噪的数字散斑相关搜索[J]. 光学精密工程,2007,15(1):57-62. LI X ZH, DAI Q, WANG X J, *et al.*. Digital speckle correlation method of multi-scale wavelet noise reduction[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007,15(1):57-62. (in Chinese)
- [3] 同武勤,凌永顺,黄超超,等. 数学形态学和小波变换的红外图像处理方法[J]. 光学精密工程,2007,15(1):138-144. TONG W Q, LING Y SH, HUANG CH CH, *et al.*. Processing method of IR image based on mathematical morphology and wavelet transform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007,15(1):138-144. (in Chinese)
- [4] OUZIELI I, MENDLOVIC D. Two-dimensional wavelet processor[J]. *Appl. Opt.*, 1996,35(29):5839-5846.
- [5] MICHINORI H, TOSHIKI N, SUSUMU S. Liquid crystal polarization-converting devices for edge and corner extractions of images using optical wavelet transforms[J]. *Appl. Opt.*, 2006,45(13):3083-3090.
- [6] HIMADRI S P, DINESH G, MARK A N. Face recognition by using feature-specific imaging[J]. *Appl. Opt.*, 2005,44(18):3784-3794.
- [7] DOH Y H, YOON J S, CHOI K H, *et al.*. Optical security system for the protection of personal identification information[J]. *Appl. Opt.*, 2005,44(5):742-750.
- [8] 才德,严瑛白,全国藩. 光学可分离小波变换的研究[J]. 光学技术,2006,32(2):296-298. CAI D, YAN Y B, JIN G F. Improving optical wavelet transform by optical separable wavelet transform[J]. *Optical Technique*, 2006,32(2):296-298. (in Chinese)
- [9] 才德,严瑛白,全国藩. 光学小波包变换及其滤波器的研究[J]. 光子学报,2006,35(7):1076-1079. CAI D, YAN Y B, JIN G F. Research on optical wavelet packet transform and its filter for iris recognition [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006,35(7):1076-1079. (in Chinese)
- [10] MALLAT S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*[M]. 2nd ed. Beijing:China Machine Press, 2003.
- [11] 宋菲君,JUTAMULIA S. 近代光学信息处理[M]. 北京:北京大学出版社,1998. SONG F J, JUTAMULIA S. *Advanced Optical Information Processing*[M]. Beijing:Peking University Press, 1998. (in Chinese)

**作者简介:**韩亮(1975-),男,陕西洛南人,博士研究生,主要从事图像处理,信息光学等方面的研究。E-mail:hanliangaa@yahoo.com.cn

田逢春(1963-),男,重庆人,教授,博士生导师,主要从事信号处理、图像处理、光信息处理等方面的研究。E-mail: fctian@163.com